第15講　場合の数(2)

例題 15 ― 1

(1)　4問のクイズに○×で答えるとき，○，×のつけ方は何通りあるか.

(2)　1，2，3の3個の数字で5桁の数字をつくる．同じ数字を重複して用いてよいとするとき，全部でいくつできるか．またそのうち奇数はいくつできるか.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 15 ― 1

(1)　7 種類の異なる果物がある．これらを組み合わせて最大 7 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい．何通りのセットができるか．ただし，最低でも 1 つの果物は入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないものとする．

(2)　0，1，2，3，4 の 5 種類の数字で 4 桁の整数を作るとき，偶数は何通りできるか．ただし，数字は重複して用いてもよいとする．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 15 ー 2

(1)　両親と子供 4 人の 6 人が円形のテーブルに向かって座るとする．次のような座り方は何通りあるか．

(ア)　6 人全員の座り方．　(イ)　両親が隣り合わない座り方．

(2)　異なる 5 色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか．また，これらを糸でつなげて首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 15 ー 2

父，母，息子 2 人，娘 2 人が円形のテーブルに向かって座るとする．

(1)　女性が隣り合わない方法は何通りあるか．

(2)　両親が向かい合う方法は何通りあるか．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 15 − 3

(1)　a, a, a, a, b, b, b, c の 8 文字を 1 列に並べる方法は何通りあるか.

(2)　6 個の数字 1, 1, 1, 2, 3, 4 を 1 列に並べて 6 桁の整数を作るとき，次の問いに答えよ.

　(ア)　奇数は何通りできるか.

　(イ)　3 が 4 より左側にある並べ方は何通りあるか.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 15 ー 3

SAITAMA の 7 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ．

(1)　すべての並べ方は何通りあるか.

(2)　子音が隣り合わない並べ方は何通りあるか.

(3)　S，I，T がこの順に並ぶ並べ方は何通りあるか.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

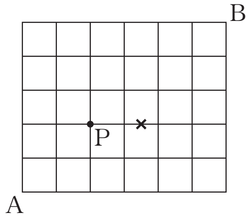
例題 15 ー 4

右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ．

(1)　最短経路すべて

(2)　P を通らない

(3)　P を通り，×を通らない

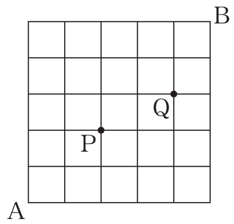


【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 15 ー 4

右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ．



(1)　最短経路すべて

(2)　Q を通る

(3)　P または Q を通る

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

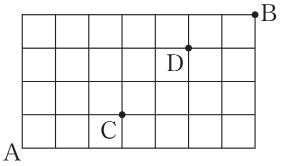
第15講　場合の数(2)

(1)　3人の選手が4つの野球チームA，B，C，Dに入るとき，その入り方は **アイ** 通りある．

(2)　a，b，c，d，e，f の6色の玉がある．これを円形に並べるとき，a，b，c が隣り合う並べ方は **ウエ** 通りである．

(3)　5個の数字1，1，1，2，3を使って5桁の整数を作るとき，奇数は **オカ** 個できる．また，2，3の順に並ぶ並び方は **キク** 個できる．

(4)　右図のように，格子状の道路がある．AからBに至る最短経路を考えるとき，CまたはDを通るものは **ケコサ** 通りである．



©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 15 講　場合の数(2)

例題 15 − 1

(1)　4 問のクイズに○×で答えるとき，○，×のつけ方は何通りあるか．

(2)　1，2，3 の 3 個の数字で 5 桁の数字をつくる．同じ数字を重複して用いてよいとするとき，全部でいくつできるか．またそのうち奇数はいくつできるか．

(1)　4 問それぞれについて，○と×の 2 通りのつけ方があるので

$2\times2\times2\times2=2^4=$ **16（通り）**

(2)　5 つの位それぞれについて，1，2，3 の 3 つの選び方があるので

$3^5=$ **243（通り）**

また，そのうち奇数となるのは，一の位が 1 または 3 の 2 通りのとき．

そのそれぞれについて，他の位の数字の選び方が 3 通り．

よって　$2\times3^4=$ **162（通り）**

類題 15 − 1

(1)　7 種類の異なる果物がある．これらを組み合わせて最大 7 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい．何通りのセットができるか．ただし，最低でも 1 つの果物は入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないものとする．

(2)　0，1，2，3，4 の 5 種類の数字で 4 桁の整数を作るとき，偶数は何通りできるか．ただし，数字は重複して用いてもよいとする．

(1)　7 種類の果物それぞれについて，選ぶ，選ばないの 2 通りの選択がある．

このうち，7 種類とも選ばない場合を除いて　$2^7-1=$ **127（通り）**

(2)　千の位の数字の選び方は 1，2，3，4 の 4 通り

百，十の位の選び方は 0，1，2，3，4 の 5 通り

一の位の選び方は　0，2，4 の 3 通り

よって　$4\times5^2\times3=$ **300（通り）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 15 － 2

(1)　両親と子供 4 人の 6 人が円形のテーブルに向かって座るとする．次のような座り方は何通りあるか．

　(ア)　6 人全員の座り方．　　　(イ)　両親が隣り合わない座り方．

(2)　異なる 5 色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか．また，これらを糸でつなげて首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか．

(1)　(ア)　6 人の円順列の総数より　$(6-1)!=5!=$**120（通り）**

　(イ)　両親が隣り合うのは,両親を 1 組とした 5 人の円順列で,両親の座り方が 2! 通りより

$$(5-1)!\times 2!=4!\times 2!=24\times 2=48\text{（通り）}$$

　よって両親が隣り合わないのは　$120-48=$**72（通り）**

　(別解)　子供 4 人の円順列より　$(4-1)!=3!$（通り）

　両親が隣り合わないのは，子供の間 4 カ所中 2 カ所に両親が座るときで　${}_4P_2$ 通り

　よって　$3!\times {}_4P_2=6\times 12=72$（通り）

(2)　異なる 5 個のものの円順列より，円形に並べる並べ方は　$(5-1)!=4!=$**24（通り）**

　また首飾りの総数は,裏返すと同じ物があることより　$\dfrac{(5-1)!}{2}=\dfrac{4!}{2}=\dfrac{24}{2}=$**12（通り）**

類題 15 － 2

父，母，息子 2 人，娘 2 人が円形のテーブルに向かって座るとする．

(1)　女性が隣り合わない方法は何通りあるか．

(2)　両親が向かい合う方法は何通りあるか．

(1)　男性 3 人の円順列より　2!（通り）

　女性が隣り合わないのは，男性の間 3 カ所に女性が座るときで　${}_3P_3=3!$（通り）

　よって　$2!\times 3!=$**12（通り）**

(2)　両親のうち一人を固定すると，もう一人はその向かい側に固定される．

　よって残り 4 人の順列を考えて　$4!=$**24（通り）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 15 ― 3

(1)　a，a，a，a，b，b，b，c の 8 文字を 1 列に並べる方法は何通りあるか.

(2)　6 個の数字 1，1，1，2，3，4 を 1 列に並べて 6 桁の整数を作るとき，次の問いに答えよ.

　(ア)　奇数は何通りできるか.

　(イ)　3 が 4 より左側にある並べ方は何通りあるか.

(1)　$\dfrac{8!}{4!3!}=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4!}{4!\cdot3\cdot2\cdot1}=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=$**280（通り）**

(2)　(ア)　(i)　一の位が 1 のとき　　残り 5 桁の並べ方は　$\dfrac{5!}{2!}=60$（通り）

　　(ii)　一の位が 3 のとき　　残り 5 桁の並べ方は　$\dfrac{5!}{3!}=20$（通り）

　　(i)，(ii)より　$60+20=$**80（通り）**

(イ)　1，1，1，2，○，○　の 6 個を並べ，2 個の○を左から 3，4 とすればよい.

　よって　$\dfrac{6!}{3!2!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{2\cdot1}=$**60（通り）**

類題 15 ― 3

SAITAMA の 7 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ.

(1)　すべての並べ方は何通りあるか.

(2)　子音が隣り合わない並べ方は何通りあるか.

(3)　S，I，T がこの順に並ぶ並べ方は何通りあるか.

(1)　$\dfrac{7!}{3!}=7\cdot6\cdot5\cdot4=$**840（通り）**

(2)　母音 A，A，A，I の 4 文字を並べる方法は　$\dfrac{4!}{3!}=4$（通り）

　母音の間および両端の 5 箇所中 3 箇所に子音 S，T，M を並べる方法が

　$_5P_3=60$（通り）

　よって　$4\times60=$**240（通り）**

(3)　○，○，○，A，A，A，M の 7 文字を並べ，3 個の○を左から S，I，T とすればよい.

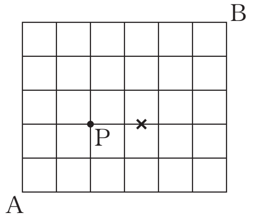
　よって　$\dfrac{7!}{3!3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=$**140（通り）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 15 － 4

右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ．



(1)　最短経路すべて

(2)　P を通らない

(3)　P を通り，×を通らない

右に 1 区画進むことを→，上に 1 区画進むことを↑で表す．

(1)　A から B までの最短経路は，→ 6 個と↑5 個の順列で表される．

よって　$\dfrac{11!}{6!5!}=\dfrac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=$**462（通り）**

(2)　P を通る最短経路は，A→P→B

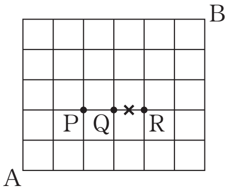
A から P の最短経路は，→ 2 個と↑2 個の順列

P から B の最短経路は，→ 4 個と↑3 個の順列

よって P を通る最短経路は　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{7!}{4!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=210$（通り）

したがって，P を通らない最短経路は　$462-210=$**252（通り）**

(3)　P と×の両方を通る最短経路は　A→P→Q→R→B より



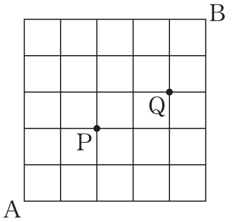
$\dfrac{4!}{2!2!}\times1\times1\times\dfrac{5!}{2!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=60$（通り）

よって P を通り，×を通らない最短経路は

$210-60=$**150（通り）**

類題 15 － 4

右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ．



(1)　最短経路すべて

(2)　Q を通る

(3)　P または Q を通る

右に 1 区画進むことを→，上に 1 区画進むことを↑で表す．

(1)　→ 5 個と↑5 個の順列より　$\dfrac{10!}{5!5!}=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=$**252（通り）**

(2)　A→Q→B より　$\dfrac{7!}{4!3!}\times\dfrac{3!}{1!2!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times3=$**105（通り）**

(3)　P を通る最短経路は　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{6!}{3!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=120$（通り）

P と Q の両方を通る最短経路は　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{3!}{2!1!}\times\dfrac{3!}{1!2!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3\times3=54$（通り）

よって P または Q を通る最短経路は　$120+105-54=$**171（通り）**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

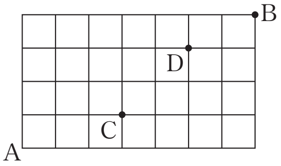
第 15 講　場合の数(2)

(1)　3 人の選手が 4 つの野球チーム A，B，C，D に入るとき，その入り方は **アイ** 通りある．

(2)　a，b，c，d，e，f の 6 色の玉がある．これを円形に並べるとき，a，b，c が隣り合う並べ方は **ウエ** 通りである．

(3)　5 個の数字 1，1，1，2，3 を使って 5 桁の整数を作るとき，奇数は **オカ** 個できる．また，2，3 の順に並ぶ並び方は **キク** 個できる．

(4)　右図のように，格子状の道路がある．A から B に至る最短経路を考えるとき，C または D を通るものは **ケコサ** 通りである．



解答例

(1)　選手それぞれについて，チームの選び方は 4 通りある．

よって　$4^3=4\times4\times4=\mathbf{64}$（通り）

(2)　a，b，c を 1 組とした 4 つのものの円順列で，a，b，c の並び方が 3! 通りより

a，b，c が隣り合う並べ方は　$(4-1)!\times3!=3!\times3!=6\times6=\mathbf{36}$（通り）

(3)　5 個の数字の並べ方の総数は　$\dfrac{5!}{3!}=20$（通り）

このうち偶数となるのは一の位が 2 のときで，残りの位の並べ方は　$\dfrac{4!}{3!}=4$（通り）

よって奇数となるのは　$20-4=\mathbf{16}$（個）

また，2，3 の順に並ぶ並び方は，○，○，1，1，1 の 5 つの数字を並べ，2 個の○を順に 2，3 とすればよい．よって　$\dfrac{5!}{2!3!}=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=\mathbf{10}$（個）

(4)　A から B に至る最短経路のうち

C を通るものは　$\dfrac{4!}{3!1!}\times\dfrac{7!}{4!3!}=4\times\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=140$（通り）

D を通るものは　$\dfrac{8!}{5!3!}\times\dfrac{3!}{2!1!}=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}\times3=168$（通り）

C，D を両方とも通るものは　$\dfrac{4!}{3!1!}\times\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{3!}{2!1!}=4\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3=72$（通り）

よって，C または D を通るものは　$140+168-72=\mathbf{236}$（通り）

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。